



## ESTUDIO DE LA NATURALEZA DISCRETA DE LA CARGA DEL ELECTRÓN, A TRAVÉS DE UNA SITUACIÓN DIDÁCTICA

María del Pilar Beltrán Soria<sup>\*</sup>, René Gerardo Rodríguez Avendaño<sup>\*\*</sup>

\*pilysoori@yahoo.com.mx, \*\*a\_rgra@yahoo.com.mx

Tel. /Fax (01) 597-647-90

*Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal*

*San Lorenzo No. 290. Col. del Valle Sur Del. Benito Juárez C.P. 03100*

### RESUMEN

La cuantificación de la carga eléctrica es un concepto fundamental que debería adquirirse en el nivel Medio Superior. Sin embargo, los estudiantes en el Instituto de Educación Media Superior del Distrito Federal (IEMS) tienen dificultad en conceptualizar la discontinuidad de la materia. El no entender los conceptos químicos puede estar relacionado con el problema de no poder construir complejos modelos mentales, lo cual dificulta la visualización del comportamiento atómico. Se presenta una situación de aprendizaje que puede proporcionar una manera completamente diferente de cómo entender el concepto de lo discreto. El análisis de los resultados de la cuantización de la moneda de diez pesos y su relación con la cuantización de la carga eléctrica del electrón mostró que después de esta actividad de aprendizaje, la mayoría de los estudiantes habían adquirido un conocimiento sustancial sobre el significado del cuanto.

**Palabras clave:** Química, masa, cuantización de carga, electrón, situación didáctica.

### ABSTRACT

The charge quantization is identified as one of the fundamental concepts that students should understand in the high school level. However, students in the IEMS have difficulties understanding the discontinuous nature of matter. The lack of understanding of chemistry concepts may be linked to the student's inability to build complex mental models that makes it difficult to visualize the atomic behavior. We present a learning situation that can give an entirely different way of understanding the concept of the discrete. Analysis of the results of the quantization of the mass of a coin of 10 pesos and its relationship to the quantization of electric charge of the electron showed that after this learning activity most of the students had acquired substantial knowledge about the meaning of the quantum.

**Keywords:** Chemistry, mass, charge quantization, electron, learning situation.



## INTRODUCCIÓN

La teoría de situaciones didácticas tuvo su origen en Francia; se ha desarrollado e implementado en diversos sitios del mundo y ha alcanzado hasta el momento resultados sumamente interesantes. Aunque esta teoría fue concebida para el campo particular de la didáctica de la matemática, hoy se busca su extensión a otros dominios del conocimiento como la Química. Esta teoría de situaciones permite diseñar y explorar un conjunto de secuencias de clase concebidas por el profesor con el fin de disponer de un medio para realizar un cierto proyecto de aprendizaje (Cantoral et al, 2006). Tal situación de aprendizaje necesita de un problema detonante, que invite al estudiante a encontrar la solución y el docente es el responsable de presentar las etapas de las acciones materializadas, donde los estudiantes trabajen en la búsqueda de la respuesta, utilizando las herramientas y habilidades que cada uno ha desarrollado o que desarrollará (Cantoral et al, 2008). El problema principal que se presenta en las preparatorias del Instituto de Educación Media Superior (IEMS) del Distrito Federal es la marcada apatía por los estudiantes hacia las materias del área de ciencias (física, química y biología). Aunado a esta problemática se encuentra el hecho de la resistencia de algunos docentes a cambiar sus métodos tradicionales de enseñanza. Todo esto tiene consecuencias negativas hacia el aprendizaje de los estudiantes, que inclusive se ve reflejado en la no elección de la profesión científica a un nivel superior.

En el caso específico de la asignatura de Química, ésta se sitúa en el segundo ciclo del plan de estudio del IEMS, después de dos semestres de haber cursado la asignatura de Física, lo cual corresponde al tercer y cuarto semestre del nivel bachillerato. El programa de estudio plantea que el perfil del estudiante es “Contar con una cultura química básica que le permita comprender su entorno a través del desarrollo de una actitud crítica que le permita reflexionar y enfrentarse a problemas relacionados con su persona inmersa en este entorno” (Instituto de Educación Media Superior, 2005). Sin embargo, ni en dicho programa, ni en los textos que se sugieren, se trata el modo de cómo lograrlo en el aula de clase. Y más aún, entre los mismos colegas químicos se señala que, si bien tienen alguna idea, no conocen problemas o situaciones didácticas específicas que se asocien con cómo lograr transmitir conocimientos tomando en cuenta planos cognitivos, o que consideren el que vivimos en una sociedad que necesita vincularse a la naturaleza epistemológica del conocimiento; por lo tanto, si no se



cuentan con estas habilidades, los docentes en química se limitan a enseñar, en el mejor de los casos los contenidos y problemas que se encuentran en libros de textos.

Los estudiantes por otra parte, una vez que han dominado la repetición, se sitúan en un estado de confort en donde lo más fácil es hacer lo que el docente les pide, siendo su actitud negativa ante la implementación de estrategias que requieran habilidades y conocimientos que salgan fuera de ese estado de comodidad por lo tanto es responsabilidad del docente buscar tareas que estén por encima de situaciones de repetición y que puedan alcanzarse trabajando con ayuda de otras personas o con materiales de apoyo (Montiel, 2004).

### **La problemática que se presenta en la enseñanza de la cuantización de la carga eléctrica**

En particular, explicar la naturaleza de la carga eléctrica, no es una tarea sencilla y sobre todo si en una clase de química se comienza con la siguiente pregunta: ¿qué es una cantidad discreta? Y es que por sí misma la palabra discreta, que proviene del latín *discretus* y que significa “separado” tiene diferentes significados, en función del contexto. Así pues, matemáticamente hablando, se establece que un fenómeno es discreto si la variable está definida en un conjunto discreto, como el de los números naturales o una parte de él. Las magnitudes físicas que pueden tomar solamente valores discretos se denominan cuánticas. Sin embargo, a pesar de la explicación presentada, a un estudiante de nivel bachillerato los términos “discreta” y “cuántica” le son totalmente ajenos y si a esto se le añade la complejidad que conlleva introducir la descripción del átomo dentro del marco cuántico. Esta concepción del átomo hace que no sean válidas las descripciones espacio-temporales clásicas del electrón dentro de un átomo, lo cual implica que no tenga sentido los conceptos clásicos de radio, órbita, trayectoria, etc. (Serrano, 2008). Entonces; ¿Qué representación pictórica del átomo se le puede presentar al estudiante? ¿Qué lenguaje habrá que utilizar para interpretar el formalismo matemático cuántico? Para contestar estas preguntas hay que mantener el lenguaje natural como instrumento básico, como algo prioritario por su conexión con la experiencia (Serrano, 2008).

De lo anterior, para el caso del electrón podemos cuestionarnos; ¿Qué representación mental debemos diseñar para la carga eléctrica del electrón con el fin que nuestros estudiantes la puedan entender, en el marco de la discrecionalidad? La respuesta a esta



cuestión es el principal objetivo de esta propuesta de situación didáctica en donde se pretende que una vez concluida, el acercamiento hacia los fenómenos discretos se presente de manera natural y cercana al estudiante.

### **Propuesta didáctica**

En el caso particular del objetivo “Identificación de modelos estructurales de la materia que contribuyeron con el desarrollo de la teoría atómica” que se estudia en la asignatura de Química II de cuarto semestre en las preparatorias del IEMS del Distrito Federal se puede establecer como meta que los estudiantes alcancen la comprensión acerca de los átomos, su estructura y su funcionamiento, lo cual nos lleva a la descripción de los experimentos realizados en particular en el siglo XIX. Los tres experimentos que se consideran los más importantes para descubrir la naturaleza de dos de las partículas que constituyen el átomo; los electrones y los protones, son:

1. Medición de la relación entre la carga y la masa del electrón (J.J. Thompson)
2. Medición de la carga del electrón (R. Millikan)
3. Descubrimiento del Protón (E. Goldstein)

Actualmente se establece que toda la materia del universo está formada por agregados de tres tipos de partículas elementales: electrones, neutrinos y quarks. Así pues, con la excepción de algún raro rayo cósmico y de ocasionales neutrinos de tipo mu o tau, la tierra y el sol, los planetas y las estrellas, hasta las más alejadas galaxias, están compuestas de electrones, neutrinos y quarks de los tipos u y d.

De ahí la importancia del estudio de los electrones y del experimento realizado por el físico Robert Andrews Millikan (1868-1953) sobre la medición de la carga del electrón a través del experimento conocido como gota de aceite, llamado así dado que el aparato de Millikan realizaba la atomización de aceite produciendo pequeñísimas gotas por el efecto de la fricción. Sobre ellas actúa tanto la gravedad como un campo eléctrico entre placas, que puede variarse a voluntad, mientras se observa el comportamiento de la gota al microscopio. Como resultado de cada experimento, puede obtenerse la carga eléctrica de cada gota (Garritz & Chamizo, 1998). Las distintas gotas tenían diferente carga, pero Millikan encontró que todas ellas eran un múltiplo de la carga más baja,  $q_e = 1.60 \times 10^{-19} C$  (donde C representa al coulomb, la unidad de la carga eléctrica en el sistema internacional (SI). Dado que la carga puede ser trasladada de un cuerpo a otro solamente



por porciones que contienen un número entero de cargas elementales, se establece que la carga eléctrica de un cuerpo es una magnitud discreta;

$$q = \pm ne \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

Donde la carga elemental  $q_e$  es un cuanto (la porción más pequeña) de carga eléctrica,  $n$  es un número entero, que en objetos ordinarios es usualmente un número muy grande y la carga eléctrica entonces parece ser continua, del mismo modo que el aire parece ser un medio continuo y realmente consta de muchas moléculas discretas (Tipler, & Mosca, 2006). Es recomendable remarcar al estudiante esta analogía e incorporar algunos datos de interés que despierten su curiosidad, tales datos pueden ser introducidos a manera de una aproximación histórica, con lo cual se puede resaltar los resultados de Millikan al establecer que, aunque Thomson ya había determinado la relación masa-carga de los electrones, no había determinado sus valores por separado, cosa que no era cosa fácil de realizar directamente para el caso de la masa, debido a la misma naturaleza del electrón que tiene que acelerarse usando campos eléctricos y/o magnéticos, de modo que sus propiedades inerciales se ven entremezcladas con las eléctricas. Al encontrarse la carga del electrón automáticamente se pudo conocer la masa del mismo a través de la relación de Thompson, el valor actualmente aceptado para la masa del electrón es  $m_e = 9.109382 \times 10^{-28}$  g, y la carga actual del electrón es  $q_e = 1.602176 \times 10^{-19}$  C. Al hablar de las propiedades de las partículas fundamentales, siempre se expresa la carga en relación con la carga del electrón, a la cual se le da el valor de -1. Experimentos adicionales demostraron que los rayos catódicos tenían las mismas propiedades que las partículas  $\beta$  emitidas por los elementos radiactivos y esto suministró evidencia más amplia de que el electrón es una partícula fundamental de la materia (Kotz & Treichel, 2003).

### **Análisis y desarrollo de la situación didáctica**

El punto de partida para la situación didáctica es un problema propuesto en el libro de texto de *Tú y la Química* (Garritz & Chamizo, 2001). El problema dice lo siguiente: “En el experimento de Millikan para determinar la carga del electrón, cada gota de aceite quedaba cargada con un uno, dos o más electrones, de tal manera que las determinaciones de Millikan para cada gota siempre se referían a una carga equivalente a un número entero de veces la carga electrónica”

***¿Cómo crees que haya obtenido la carga de un sólo electrón?***



Si el problema es presentado tal cual viene en algunos libros de texto (Price et al, 1988, Hecht, 2003, Cruz-Garriz et al, 1987) y resuelto con datos teóricos, totalmente alejados al estudiante, entonces, otra vez se estará realizando un problema memorístico y repetitivo que no tiene vinculación alguna con su vida cotidiana y que, por lo tanto, le parece aburrido. Por lo que para el desarrollo de la situación didáctica se plantearon tres momentos generales: primeramente, el diseño, discusión y presentación de las actividades basadas en la experiencia recabada en semestres anteriores, en segundo término la ejecución de las actividades experimentales y finalmente la valoración de los resultados obtenidos.

### **MOMENTO UNO: Presentación de la propuesta**

Para dar respuesta a la pregunta “¿Cómo crees que haya obtenido la carga de un sólo electrón?” se considera, tal y como se explica en trabajos publicados por nuestro grupo de investigación (Beltrán & Rodríguez, 2009) que sí se desea realizar el mismo experimento que llevo a cabo Millikan seguramente nos llevaríamos mucho tiempo y esfuerzo, y probablemente no sea necesario para comprender el problema. Así pues, se propone que el entendimiento del experimento de las gotas de aceite se puede lograr si se utiliza un problema espejo al experimento de las gotas de aceite de Millikan, utilizando como base el algoritmo de solución pero empleando monedas de diez pesos como componentes individuales para sustituir las gotas y su masa en gramos en lugar de la carga eléctrica. Por lo que automáticamente la pregunta quedó en términos de la determinación de la masa de una moneda de diez pesos.

Al trasladar un problema tan abstracto, como lo es la determinación de la carga eléctrica, a través de mediciones de gotas de aceite a un problema tan sencillo, como lo es la medición de la masa de la moneda de diez pesos, con la ventaja de que nuestros estudiantes al menos alguna vez, han tenido una de estas monedas en su mano, la pregunta eje que guió la parte experimental fue: **¿Cuál es el peso más probable de una moneda de diez pesos?**

### **MOMENTO DOS: Parte experimental**

Se colocan varias pilas de monedas de diez pesos, y se realiza la medición de la masa a cada una de las pilas en una balanza digital marca Sartorius TE, con una capacidad de pesaje de 12,000g y una legibilidad de 0.001g que regularmente se utilizan para tareas de pesajes sencillas en el laboratorio y en prácticas de enseñanza. En cada momento del



experimento se debe tener cuidado de que el número de monedas que conforman las pilas sea desconocido por los estudiantes (se pueden ayudar de algún material, como una cinta adhesiva no transparente).

Los valores obtenidos de las mediciones de cada una de las pilas de monedas son; **81.6g, 448.8g, 173.8g, 234.6g, 20.4g, 295.8g, 214.5g, 40.8g, 112.1g, 143.2g, 346.8g, 408g, 194.2g, 387.6g.**

Algoritmo de solución de la parte experimental

**Paso 1:** Acomodar y nombrar a cada pila de acuerdo a sus pesos de menor a mayor tomando como la pila uno ( $P_1$ ) la de menor peso. La tabla 1 muestra las masas de cada una de las pilas.

Tabla 1. Masas de cada una de las pilas acomodadas en orden ascendente.

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$	$P_9$	$P_{10}$	$P_{11}$	$P_{12}$	$P_{13}$	$P_{14}$
Masa de la pila* ( $m_{p_i}$ )	20.4	40.8	81.6	112.1	143.2	173.8	194.2	214.5	234.6	295.8	346.8	387.6	408	448.8

\*  $m_{p_i}$ : masa de la i-ésima pila medida en gramos.

**Paso 2:** Calcular la diferencia de la masa de la pila dos ( $P_2$ ) y la pila uno ( $P_1$ ) y así encontrar el primer incremento  $\Delta m_1$ .

$$\Delta m_1 = \text{masa de la pila 2 } (m_{p_2}) - \text{masa de la pila uno } (m_{p_1})$$

De la misma forma calcular los demás incrementos correspondientes al número de pilas que tenga involucrado el problema.

$$\Delta m_n = \text{masa de la pila } n (m_{p_{n+1}}) - \text{masa de la pila uno } (m_{p_1})$$

La tabla 2 muestra los incrementos en masa para el número de pilas de este problema.

Tabla 2. Cálculo de los incrementos en masa para la pilas de monedas de diez pesos.

$\Delta m_1$	$\Delta m_2$	$\Delta m_3$	$\Delta m_4$	$\Delta m_5$	$\Delta m_6$	$\Delta m_7$	$\Delta m_8$	$\Delta m_9$	$\Delta m_{10}$	$\Delta m_{11}$	$\Delta m_{12}$	$\Delta m_{13}$
20.4	40.8	30.5	31.1	30.6	20.4	20.4	20.4	60.8	51	40.8	20.4	40.8



Es en este punto en donde se establece que tenemos un modelo matemático discreto, ya que el cálculo de los incrementos no es otra cosa que una ecuación en diferencias de las masas de cada una de las pilas de monedas.

**Paso 3:** Tomar el incremento  $\Delta m_{\min}$  más pequeño y considerar que ese incremento contiene una moneda, por lo que  $\Delta m_{\min}$  es la masa de la moneda de diez pesos y al dividir la masa de cada una de las pilas entre ese valor nos debería quedar un número entero. Si es así, ya tenemos una propuesta del número de monedas que contiene cada pila. Si alguna pila no da un número entero entonces  $\Delta m_{\min}$ , no es la masa de la moneda de diez pesos.

En nuestro ejemplo  $\Delta m_{\min} = 20.4$

**Paso 4:** Suponemos ahora que  $\Delta m_{\min}$  tiene dos monedas, entonces la masa una moneda se puede calcular como la mitad de  $\Delta m_{\min}$ , y se realiza la división de la masa de cada una de las pilas  $P_i$  entre este valor propuesto, si se obtiene un número entero positivo, entonces tenemos una propuesta del número de monedas que contiene cada pila, si no da un número entero en alguna pila, entonces la masa de la moneda de diez pesos no es la mitad de  $\Delta m_{\min}$ . Para encontrar más propuestas de la masa de la moneda continuamos dividiendo el incremento más pequeño  $\Delta m_{\min}$  entre tres, cuatro, cinco y así sucesivamente, y en cada uno de los casos se va comprobando si la masa propuesta proporciona un número entero de monedas para cada una de las pilas ( $P_i$ ). (Ver tabla 3)

Tabla 3. Número de monedas en cada pila.

m	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>8</sub>	P <sub>9</sub>	P <sub>10</sub>	P <sub>11</sub>	P <sub>12</sub>	P <sub>13</sub>	P <sub>14</sub>
$\Delta m_{\min}/1$ =20.4g	1	2	4	5.5*	7	8.5*	9.5*	10.5*	11.5*	14.5*	17	19	20	22
$\Delta m_{\min}/2$ =10.2g	2	4	8	11	14	17	19	21	23	29	34	38	40	44
$\Delta m_{\min}/3$ =6.8g	3	6	12	16.5*	21	25.6*	28.6*	31.6*	34.6*	43.6*	51	57	60	66
$\Delta m_{\min}/4$ =5.1g	4	8	16	22	28	34	38	42	46	58	68	76	80	88
$\Delta m_{\min}/5$ =4.08g	5	10	20	27.5*	35	42.5*	47.6*	52.6*	57.6*	72.6*	85	95	100	110
$\Delta m_{\min}/6$ =3.4g	6	12	24	33	42	51	57	63	69	87	102	114	120	132
$\Delta m_{\min}/7$ =2.914g	7	14	28	38.5*	49	59.6*	66.6*	73.6*	80.6*	101.5*	119	133	140	154
$\Delta m_{\min}/8$ =2.55g	8	16	32	44	56	68	76	84	92	116	136	152	160	176
$\Delta m_{\min}/9$ =2.266g	9	18	36	49.5*	63	76.7*	85.7*	94.7*	103.7*	130.5*	153	171	180	198
$\Delta m_{\min}/10$ =2.04g	10	20	40	55	70	85	95	105	115	145	170	190	200	220

\*Valores no válidos para el número de monedas; debería ser un entero.



En el experimento de Millikan esto es equiparable al resultado de que la carga eléctrica de las gotitas de aceite era siempre un múltiplo de  $e=1.591 \times 10^{-19} \text{C}$ , o sea,  $q=ne$ ,  $n=1,2,3,\dots$

**Paso 5:** Desplegar la lista de resultados de masa probables para la moneda de diez pesos, discriminado aquellas masas propuestas, que no proporcionan un número entero de monedas en cada una de las pilas, entonces tenemos que los valores son: 10.2g, 5.1g, 3.4g, 2.55g, 2.04g.

Para este problema se ha considerado que valores menores de 2.04g no son aceptables para una moneda de diez pesos por lo que estos cinco valores son los que se van a considerar como la masa más probable. Para seleccionar la mejor aproximación para la masa de una moneda de diez pesos, analizaremos lo que realizó Millikan en el experimento de las gotas de aceite en el cual utilizó un intervalo de referencia, apoyándose de que en esa época se sabía que el valor que el valor de la carga fundamental del electrón estaba entre  $1.5 \times 10^{-19} \text{C}$  y  $2 \times 10^{-19} \text{C}$  (Serway et al, 2006). De forma análoga en el caso de la secuencia didáctica presentada en el presente trabajo tomaremos como intervalo de referencia que la masa de diez pesos se encuentra entre 10g y 10.5g. Dividiendo cada una de las masas de las pilas desde  $P_1$  hasta  $P_{14}$  entre estos valores, se obtiene el intervalo de las masas enteras sobre cada moneda, como se indica en la tabla 4.

Los datos de la cuarta columna de la tabla 4, se eligen debido a que debe haber un número entero de monedas en cada pila, se toma un número entero en el centro del intervalo permitido. En consecuencia, en términos de la masa de la moneda de diez pesos  $m$ , se concluye al sacar el promedio de los valores de la quinta columna de la tabla 2, que el valor de la masa de una moneda es  **$m=10.207\text{g}$** .

### **MOMENTO TRES: Discusión de los resultados.**

Hay que establecer que entre mayor sea el número de datos que se tengan disponibles para la tabla 1, menor será la probabilidad de cometer un error en la determinación de la masa de las monedas individuales, con lo cual no causa ninguna sorpresa el hecho de que en las mediciones realizadas por Millikan se requirieron de un número considerable de gotas estudiadas y que el tiempo requerido para hacerlo se aproxime a 60 días consecutivos (Fara, 2009).



Tabla 4. Cálculo de los valores promedio de las masas en cada una de las pilas.

	Límite superior $m_{Pi}/10$	Límite inferior $m_{Pi}/10.5$	N	Masa de la moneda= $m_{pi}/N$ (gramos)
P <sub>1</sub>	2.04	1.942	2	$m_1=10.2$
P <sub>2</sub>	4.08	3.885	4	$m_2=10.2$
P <sub>3</sub>	8.16	6.771	8	$m_3=10.190$
P <sub>4</sub>	11.21	10.680	11	$m_4=10.228$
P <sub>5</sub>	14.32	13.640	14	$m_5=10.223$
P <sub>6</sub>	17.38	16.550	17	$m_6=10.221$
P <sub>7</sub>	19.42	18.500	19	$m_7=10.214$
P <sub>8</sub>	21.45	20.440	21	$m_8=10.219$
P <sub>9</sub>	23.46	22.380	23	$m_9=10.2$
P <sub>10</sub>	29.58	28.171	29	$m_{10}=10.2$
P <sub>11</sub>	34.68	33.028	34	$m_{11}=10.2$
P <sub>12</sub>	38.76	36.914	38	$m_{12}=10.2$
P <sub>13</sub>	40.8	38.850	40	$m_{13}=10.2$
P <sub>14</sub>	44.88	42.740	44	$m_{14}=10.2$
Promedio de la masa de una moneda de diez pesos				<b><math>m_{promedio}=10.207g</math></b>

N=número entero de monedas, contenido entre el límite superior e inferior.

Esta situación didáctica permite plantear lo siguiente a los estudiantes: dado que el número de monedas en cada una de las pilas es un número entero, entonces, se tiene que la masa de cada una de las pilas no es más que el resultado de multiplicar el número de monedas contenidas en cada una de ellas por la masa individual de cada moneda, al igual que la carga eléctrica sólo aparece en la naturaleza en cantidades que son múltiplos de una unidad fundamental de la carga eléctrica del electrón. Es en este momento que se puede introducir el término “*cuantización*” en la situación didáctica, definiéndolo como el procedimiento que permite encontrar una descripción cuántica de la dinámica de un sistema físico a partir de su descripción clásica. De esta manera se



pude establecer que hemos estudiado la cuantización de la carga eléctrica del electrón a través de la cuantización de la masa de una moneda de diez pesos. La masa de la moneda de diez pesos está cuantizada si la división de las masas de las pilas  $P_2/P_1$ ,  $P_3/P_2$ ,  $P_4/P_3$ ,  $P_5/P_4$ ,  $P_6/P_5$ ,  $P_7/P_6$ ,  $P_8/P_7$ ,  $P_9/P_8$ ,  $P_{10}/P_9$ ,  $P_{11}/P_{10}$ ,  $P_{12}/P_{11}$ ,  $P_{13}/P_{12}$ ,  $P_{14}/P_{13}$ , el cálculo de las están razones se presenta en la tabla 5.

Tabla 5. Comprobación de la cuantización de la masa.

$P_2/P_1$	$\frac{40.8}{20.4} = 2$	$\frac{2}{1}$
$P_3/P_2$	$\frac{81.6}{40.8} = 2$	$\frac{2}{1}$
$P_4/P_3$	$\frac{112.1}{81.6} \sim 1.37$	$\frac{11}{8}$
$P_5/P_4$	$\frac{143.2}{112.1} \sim 1.27$	$\frac{14}{11}$
$P_6/P_5$	$\frac{173.8}{143.2} \sim 1.21$	$\frac{17}{14}$
$P_7/P_6$	$\frac{194.2}{173.8} \sim 1.11$	$\frac{19}{17}$
$P_8/P_7$	$\frac{214.5}{194.2} \sim 1.1$	$\frac{21}{19}$
$P_9/P_8$	$\frac{234.6}{214.5} \sim 1.09$	$\frac{23}{21}$
$P_{10}/P_9$	$\frac{295.8}{234.6} \sim 1.26$	$\frac{29}{23}$
$P_{11}/P_{10}$	$\frac{346.8}{295.8} \sim 1.17$	$\frac{34}{29}$
$P_{12}/P_{11}$	$\frac{387.6}{346.8} \sim 1.11$	$\frac{19}{17}$
$P_{13}/P_{12}$	$\frac{408}{387.6} \sim 1.05$	$\frac{20}{19}$
$P_{14}/P_{13}$	$\frac{448.8}{408} \sim 1.1$	$\frac{11}{10}$



Con lo cual se verifica que la masa está cuantizada. No obstante para efectos de aplicación, por ejemplo en el electromagnetismo, el efecto de la cuantización de la carga eléctrica, es de naturaleza no discrecional ya que la carga de un objeto ordinario es un múltiplo tan grande de la carga elemental, que la cuantización es inapreciable y consideramos que la carga  $q$ , puede tener un valor cualquiera, cosa que sucede de igual manera con el problema espejo de la moneda de diez pesos, por ejemplo si tenemos una pila con 50 monedas de diez su masa es de 510g, si son 857 monedas su masa es 8741.4g y si tenemos 49988 monedas su masa es 509877.6g con lo cual el valor de la masa de una pila muy grande de monedas puede tener un valor cualquiera, esto toma importancia si consideramos que se está transitando de un fenómeno discrecional a uno continuo, y se puede entonces, desde el punto de vista académico, abordar este nuevo tema con los estudiantes, bajo un contexto mucho más familiar.

### **CONCLUSIONES**

Al analizar el procedimiento del experimento de Millikan y compararlo con el ejemplo espejo de la determinación de la masa de una moneda, los estudiantes pudieron percatarse de que estos procedimientos son un ejemplo claro de paciencia científica, en la que se requiere una serie importante de mediciones que a su vez son tediosas y que necesitan repetirse una gran cantidad de veces, para que sean reproducibles y confiables. Con el procedimiento y los resultados presentados en esta situación didáctica se puede encaminar al estudiante para adentrarse a conceptos tan abstractos como los de la carga eléctrica cuantizada, o bien para introducir otro ejemplo de cuantización (aunque en este caso aproximada) como lo son las masa atómicas, que expresadas en unidades de masa atómica (uma), son prácticamente números enteros (Cruz-Garriz et al, 1987) o cualquier otro fenómeno en el cual se encuentre involucrada una variable discreta. Estos conceptos ahora pueden ser abordados desde otra perspectiva y con una mayor naturalidad, que de otro modo sería mucho más difícil de implementar.

Por otro lado, esta misma estrategia didáctica puede ser de utilidad para los docentes que estén interesados en el estudio de los procedimientos experimentales, contrastando el método científico utilizado por Felix Ehrenhaft (1979-1952) y la manera de trabajar del mismo Millikan, esto se puede lograr, utilizando como base, la aproximación histórica (Beltrán & Rodríguez, 2010). Además se puede abordar la situación desde el punto de vista ético, en donde se cuestione la manipulación por parte de Millikan de los datos en los experimentos de las gotas de aceite, cuestión que hasta el día de hoy es



mencionada en algunos casos de fraudes científicos (Fara, 2009). Con lo cual se puede abordar la controversia desde un campo que complementa al científico y que a la vez permita contrastar los diferentes puntos de vista, como aquellos que afirman que el trabajo de Millikan forma parte del selecto grupo de los 10 experimentos más bellos de la ciencia (Crease, 2006). No existe una sola respuesta para este tipo de dilemas y es que aunque los científicos deberían ser imparciales, muchos de los grandes logros de la ciencia surgen de ser selectivo con los datos, incluido el experimento que proporcionó una medida definitiva de la carga del electrón.

Finalmente, en los grupos de química en los que se ha utilizado esta situación de aprendizaje, se ha hecho más fácil la incorporación de conceptos cuánticos, adicionalmente se ha notado mayor calidad en los trabajos entregados por los estudiantes, lo cual implica análisis, comprensión y que el estudiante adquirió un aprendizaje significativo.

## BIBLIOGRAFÍA

- Beltrán M.P., Rodríguez R.G., (2009). *¡A cuenta gotas! Parte 1*. ContactoS. **74**, 43-49.
- Beltrán M.P., Rodríguez R.G., (2010). *¡A cuenta gotas! Parte 2*. ContactoS. **75**, 53-63.
- Cantoral R., Farfán R., Cordero F., Alanís J., Rodríguez R., Garza A. (2000). *Desarrollo del pensamiento matemático*. p. 41, Trillas, México.
- Cantoral R., Covián O., Farfán R., Lezama J., Romo A. (2008) *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano*. p. 49 Díaz de Santos S.A. México.
- Crease, R.P., (2006) *El prisma y el péndulo, los diez experimentos más bellos de la ciencia*. p. 152-169, Crítica, Barcelona.
- Cruz-Garriz D., Chamizo J.A., Garriz A., (1987). *Estructura Atómica: Un enfoque Químico*. P. 79-80, Adison-Wesley Iberoamericana, México.
- Fara, P., (2009). *Breve Historia de la Ciencia*. p. 407-408. Ariel. España.
- Garriz, A., Chamizo, J.A., (1998). *Química*. p. 327, Prentice Hall, México.
- Garriz, A., Chamizo, J.A. (2001). *Tú y la Química*. p. 312, Prentice Hall, México.
- Hecht, E., (2003). *Physics Algebra/trig*. p. 972-973, Thomson. U.S.A.
- Instituto de Educación Media Superior, (2005). *Programas de estudio de Ciencias*. p 66, Sistema de Bachillerato del Gobierno del Distrito Federal, México.



Kotz, J. C., Treichel, P.M. (2003). *Química y reactividad química*. p. 46-49, Thompson, México.

Montiel, G., (2004). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (ALME)*, **2**, 667-672.

Price J., Smoot R. C., Smith R.G., (1988) *Química: Un curso moderno*. p. 119 Merrill Publishing Company. México.

Serrano, F.J., (2008). *Ciencia, realidad y método en la obra de Linus Pauling*. Madrid. Tesis de Doctorado, Universidad Complutense, Madrid.

Serway R. A., Moses, C.J., Moyer C.A., (2006). *Física Moderna*. p. 113-119, Thomson, México.

Tipler, P.A., Mosca, G., (2006) *Física para la ciencia y la tecnología. Electricidad y magnetismo*. 2A. p. 608, Reverté, España.